Proudění plynů při nízkých tlacích

Richard Švejkar

Katedra laserové fyziky a fotoniky
Fakulta jaderná a fyzikálně inženýrská
České vysoké učení technické v Praze

richard.svejkar@fjfi.cvut.cz
www.richardsvejkar.cz

24. září 2025

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)
- Vakuová technika – systémy s plynem o tlaku nižším než je tlak atmosférický

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)
- Vakuová technika – systémy s plynem o tlaku nižším než je tlak atmosférický
- S klesajícím tlakem klesá počet molekul v objemu a roste střední volná dráha

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)
- Vakuová technika – systémy s plynem o tlaku nižším než je tlak atmosférický
- S klesajícím tlakem klesá počet molekul v objemu a roste střední volná dráha
- Střední volná $\bar{\lambda} = l_s$ dráha je vzdálenost kterou molekula urazí mezi dvěma po sobě jdoucími srážkami

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)
- Vakuová technika – systémy s plynem o tlaku nižším než je tlak atmosférický
- S klesajícím tlakem klesá počet molekul v objemu a roste střední volná dráha
- Střední volná $\bar{\lambda} = l_s$ dráha je vzdálenost kterou molekula urazí mezi dvěma po sobě jdoucími srážkami
- Odraz molekul od stěn se řídí cosinovým rozdělením

Opakovaní

- Historie vakua od 17. století (Magdeburské polokoule, tlak $\sim 10^4 - 10^3$ Pa)
- Využití vakua jde napříč většinou oborů (chemie, biologie, fyzika, ...)
- Vakuová technika – systémy s plynem o tlaku nižším než je tlak atmosférický
- S klesajícím tlakem klesá počet molekul v objemu a roste střední volná dráha
- Střední volná $\bar{\lambda} = l_s$ dráha je vzdálenost kterou molekula urazí mezi dvěma po sobě jdoucími srážkami
- Odraz molekul od stěn se řídí cosinovým rozdělením
- Proudění plynu: viskózní $\bar{\lambda} \ll L_{apar}$, molekulární $\bar{\lambda} \gg L_{apar}$ a viskózně-molekulární $\bar{\lambda} \approx L_{apar}$
- Stavová rovnice plynu

$$\mathbf{p\,V} = \mu \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \qquad \text{nebo} \qquad \mathbf{p} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{k} \cdot \mathbf{T}$$

$\mu\, R$ – plynová konstanta pro μ molů plynu, n – částicová hustota

$$\frac{\mathbf{p_1}}{\mathbf{p_2}} = \sqrt{\frac{\mathbf{T_1}}{\mathbf{T_2}}} \quad \wedge \quad \frac{\mathbf{n_1}}{\mathbf{n_2}} = \sqrt{\frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}}}$$

Přehled

Vypařování a sublimace

Sorpční procesy

Plyn v pevné látce

Proudění plynů při nízkých tlacích

Shrnutí

Vypařování a sublimace

S rostoucí teplotou se zvětšují kmity tepelného pohybu

Vypařování a sublimace

S rostoucí teplotou se zvětšují kmity tepelného pohybu

Když energie molekuly vzroste tak, že k povrchu kolmá rychlost (kinetické energie) překoná potenciálový schod molekula se z povrchu uvolní

Vypařování a sublimace

S rostoucí teplotou se zvětšují kmity tepelného pohybu

Když energie molekuly vzroste tak, že k povrchu kolmá rychlost (kinetické energie) překoná potenciálový schod molekula se z povrchu uvolní

Při dodávání energie – vypařování a sublimace

Vypařování a sublimace

S rostoucí teplotou se zvětšují kmity tepelného pohybu

Když energie molekuly vzroste tak, že k povrchu kolmá rychlost (kinetické energie) překoná potenciálový schod molekula se z povrchu uvolní

Při dodávání energie – vypařování a sublimace

v opačném případě – kondenzace

Skupenské teplo vypařování L [J/mol]

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí
- Po určité době nastane rovnováha $\rightarrow$ počty molekul se vyrovnají

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí
- Po určité době nastane rovnováha $\rightarrow$ počty molekul se vyrovnají
- Tedy objem páry a kapaliny se nemění

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí
- Po určité době nastane rovnováha $\rightarrow$ počty molekul se vyrovnají
- Tedy objem páry a kapaliny se nemění
- při p = konst. a T = konst. je pára v rovnovážném stavu

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí
- Po určité době nastane rovnováha $\rightarrow$ počty molekul se vyrovnají
- Tedy objem páry a kapaliny se nemění
- při p = konst. a T = konst. je pára v rovnovážném stavu
- odtud označení sytá pára

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Uvažujme kapalinu v uzavřené nádobě
- s $\uparrow$ T a $\uparrow$ p $\rightarrow$ odpařování
- Z počátku kapalinu opustí více molekul něž se do ní vrátí
- Po určité době nastane rovnováha $\rightarrow$ počty molekul se vyrovnají
- Tedy objem páry a kapaliny se nemění
- při p = konst. a T = konst. je pára v rovnovážném stavu
- odtud označení sytá pára

Při T = konst. tlak syté páry nezávisí na jejím objemu!
Pro sytou páru neplatí stavová rovnice!

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Ve vakuové technice velmi důležité
- Převážně jako nežádoucí složka
- Charakterizovány jsou tlakem a odpařovací rychlostí materiálu
  - Obě veličiny závisí na druhu materiálu a jeho teplotě

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Ve vakuové technice velmi důležité
- Převážně jako nežádoucí složka
- Charakterizovány jsou tlakem a odpařovací rychlostí materiálu
  - Obě veličiny závisí na druhu materiálu a jeho teplotě

Z Clypeyronovy $L = T\Delta V \cdot \frac{dp}{dT}$ a stavové rovnice lze ukázat:

Vypařování a sublimace

Tak nasycených par

Nasycené páry

- Ve vakuové technice velmi důležité
- Převážně jako nežádoucí složka
- Charakterizovány jsou tlakem a odpařovací rychlostí materiálu
  - Obě veličiny závisí na druhu materiálu a jeho teplotě

Z Clypeyronovy $L = T\Delta V \cdot \frac{dp}{dT}$ a stavové rovnice lze ukázat:

Tlak nasycených par p_p

$$\ln p_p = A - \frac{B}{T} \qquad p_p = \exp(A - \frac{B}{T})$$

A, B jsou tabelované hodnoty, T – teplota materiálu

Vypařování a sublimace

Rychlost vypařování

Odpovídá hustotě toku molekul v nasycené páře krát hmotnost molekuly

Vypařování a sublimace

Rychlost vypařování

Odpovídá hustotě toku molekul v nasycené páře krát hmotnost molekuly

Rychlost vypařování je možné odvodit ze stavové rovnice a počtu molekul, které dopadnou za 1 sek na 1 cm^2

Vypařování a sublimace

Rychlost vypařování

Odpovídá hustotě toku molekul v nasycené páře krát hmotnost molekuly

Rychlost vypařování je možné odvodit ze stavové rovnice a počtu molekul, které dopadnou za 1 sek na 1 cm^2

Rychlost vypařování v_v

$$\ln v_v = C - \frac{1}{2} \ln T - \frac{B}{T}$$

B, C jsou tabelované hodnoty, T – teplota materiálu
Vzorec brát s rezervou, pouze hrubý odhad

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

ADSORPCE – molekul zůstávají na povrchu látky

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

ADSORPCE – molekul zůstávají na povrchu látky

ABSORPCE – molekuly pronikají hlouběji do látky

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

ADSORPCE – molekul zůstávají na povrchu látky

ABSORPCE – molekuly pronikají hlouběji do látky

DESORPCE – uvolňování plynu z pevné látky nebo kapaliny

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

ADSORPCE – molekul zůstávají na povrchu látky

ABSORPCE – molekuly pronikají hlouběji do látky

DESORPCE – uvolňování plynu z pevné látky nebo kapaliny

Fyzikální sorpce – Van der Waalsovy síly

Chemisorpce – druh adsorpce, vytvoření chemické vazby, složitější

Sorpční procesy

Sorpce

SORPCE – obecně schopnost pevné látky nebo kapaliny vázat plyn

ADSORPCE – molekul zůstávají na povrchu látky

ABSORPCE – molekuly pronikají hlouběji do látky

DESORPCE – uvolňování plynu z pevné látky nebo kapaliny

Fyzikální sorpce – Van der Waalsovy síly

Chemisorpce – druh adsorpce, vytvoření chemické vazby, složitější

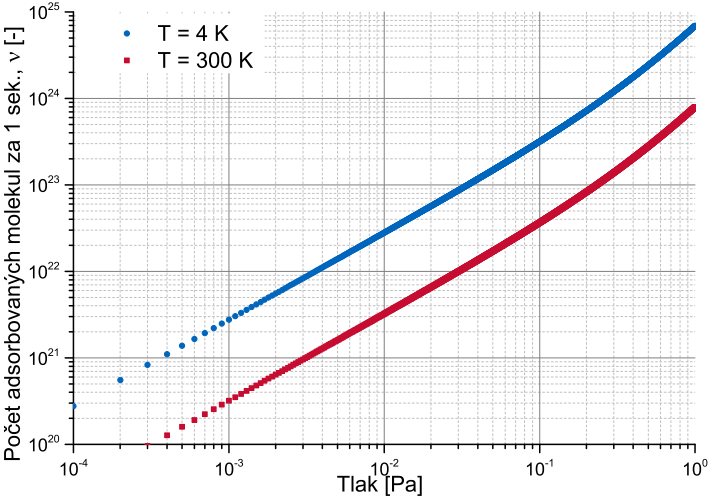
Počet molekul zachycených na jednotce povrchu za 1 sek:

$$\nu_{\mathbf{ads}} = \gamma \cdot \nu = \gamma \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}} \cdot \mathbf{n}\,\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{4,7} \cdot \mathbf{10^{24}} \gamma \cdot \frac{\mathbf{p}}{\sqrt{\mathbf{M\,T}}}$$

$\gamma \in < 0, 1 >$, γ koeficient ulpění, pravděpodobnost, že molekula po dopadu ulpí na povrchu
γ klesá s rostoucí teplotou (fyz. sorpce) a s stupněm pokrytí!

Sorpční procesy

Sorpce



Sorpční procesy

Stupeň pokrytí a desorpce

Stupeň pokrytí

$$\Theta = \frac{N}{N_s} \quad \text{pro} \quad \Theta = 0 \rightarrow \text{čistý povrch}$$

N – počet zachycených molekul a N_s – počet vazebných míst na jednotku plochy, $N_s \approx 10^{15}$ cm^{-2}

Sorpční procesy

Stupeň pokrytí a desorpce

Stupeň pokrytí

$$\Theta = \frac{N}{N_s} \quad \text{pro} \quad \Theta = 0 \rightarrow \text{čistý povrch}$$

N – počet zachycených molekul a N_s – počet vazebných míst na jednotku plochy, $N_s \approx 10^{15}$ cm^{-2}

Desorpce

$$\nu_{des} = \frac{N}{\tau_p} = \frac{N}{\tau_{pk}} \cdot e^{-\frac{H_{des}}{R\,T_s}}$$

ν_{des} – hustota toku des. molekul, N – počet zachycených molekul, τ_p – doba pobytu molekuly na povrchu, τ_{pk} – perioda kmitů molekuly (10^{-12} - 10^{-14} s), H_{des} – desorpční teplo, R = 8,314 JK^{-1}mol^{-1}, T_s – teplota povrchu

Svázanost sorpce a desorpce

Sorpce je vždy doprovázena současnou desorpcí a po určité době vždy nastane rovnovážný stav, kdy je počet molekul sorbovaných a desorbovaných stejný.

Každá změna teploty i tlaku způsobí porušení této rovnováhy.

Sorpční procesy

Sorpce a desorpce

Svázanost sorpce a desorpce

Sorpce je vždy doprovázena současnou desorpcí a po určité době vždy nastane rovnovážný stav, kdy je počet molekul sorbovaných a desorbovaných stejný.

Každá změna teploty i tlaku způsobí porušení této rovnováhy.

Důsledky sorpce a desorpce

Odplynit povrchy při co nejvyšší teplotě během čerpání

Při práci udržovat povrchy aparatury na co možná nejnižší teplotě

Sorpční procesy

Vliv adsorpce na vakuum – Příklad

Vakuová nádoba o objemu 1 l s povrchem 6 dm^2, $T = 300$ K

Při tlaku $p = 10^{-4}$ Pa je hustota částic $n = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$

Sorpční procesy

Vliv adsorpce na vakuum – Příklad

Vakuová nádoba o objemu 1 l s povrchem 6 dm^2, T = 300 K

Při tlaku $p = 10^{-4}$ Pa je hustota částic $n = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$

Počet molekul v objemu $N_{obj} \approx 2{,}5 \cdot 10^{13}$; $N_{obj} = \frac{p}{kT} \cdot V$

Sorpční procesy

Vliv adsorpce na vakuum – Příklad

Vakuová nádoba o objemu 1 l s povrchem 6 dm^2, T = 300 K

Při tlaku $p = 10^{-4}$ Pa je hustota částic $n = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$

Počet molekul v objemu $N_{obj} \approx 2{,}5 \cdot 10^{13}$; $N_{obj} = \frac{p}{kT} \cdot V$

Při pokrytí monomolekulární vrstvou plynu $N_s \approx 10^{19} m^{-2}$

Sorpční procesy

Vliv adsorpce na vakuum – Příklad

Vakuová nádoba o objemu 1 l s povrchem 6 dm^2, T = 300 K

Při tlaku $p = 10^{-4}$ Pa je hustota částic $n = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$

Počet molekul v objemu $N_{obj} \approx 2{,}5 \cdot 10^{13}$; $N_{obj} = \frac{p}{kT} \cdot V$

Při pokrytí monomolekulární vrstvou plynu $N_s \approx 10^{19} m^{-2}$

Počet molekul na povrchu $N_{povrch} \approx 6 \cdot 10^{17}$; $N_{pov} = S_k \cdot N_s$

Sorpční procesy

Vliv adsorpce na vakuum – Příklad

Vakuová nádoba o objemu 1 l s povrchem 6 dm^2, T = 300 K

Při tlaku $p = 10^{-4}$ Pa je hustota částic $n = 2{,}5 \cdot 10^{16} m^{-3}$

Počet molekul v objemu $N_{obj} \approx 2{,}5 \cdot 10^{13}$; $N_{obj} = \frac{p}{kT} \cdot V$

Při pokrytí monomolekulární vrstvou plynu $N_s \approx 10^{19} m^{-2}$

Počet molekul na povrchu $N_{povrch} \approx 6 \cdot 10^{17}$; $N_{pov} = S_k \cdot N_s$

$$N_{povrch} : N_{obj} \approx 10^4$$

Malé změny adsorpce mohou silně ovlivnit tlak v oblasti vysokého vakua

Sorpční procesy

Vliv vakua na čistotu povrchu – Příklad

V čase $t = 0$ vytvoříme ve vakuu čistý povrch

Na čistém povrchu se za jednotku času na jednotku plochy adsorbuje:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{4} \cdot n\,\bar{v}\,\frac{N_s - N}{N_s} \cdot \gamma$$

Sorpční procesy

Vliv vakua na čistotu povrchu – Příklad

V čase $t = 0$ vytvoříme ve vakuu čistý povrch

Na čistém povrchu se za jednotku času na jednotku plochy adsorbuje:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{4} \cdot n\,\bar{v}\,\frac{N_s - N}{N_s} \cdot \gamma$$

$$N(t) = N_s \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{N_s} \cdot \frac{n\,\bar{v}\,\gamma}{4} \cdot t\right)\right] = N_s \cdot \left[1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

Sorpční procesy

Vliv vakua na čistotu povrchu – Příklad

V čase $t = 0$ vytvoříme ve vakuu čistý povrch

Na čistém povrchu se za jednotku času na jednotku plochy adsorbuje:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{4} \cdot n\,\bar{v}\,\frac{N_s - N}{N_s} \cdot \gamma$$

$$N(t) = N_s \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{1}{N_s} \cdot \frac{n\,\bar{v}\,\gamma}{4} \cdot t\right)\right] = N_s \cdot \left[1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

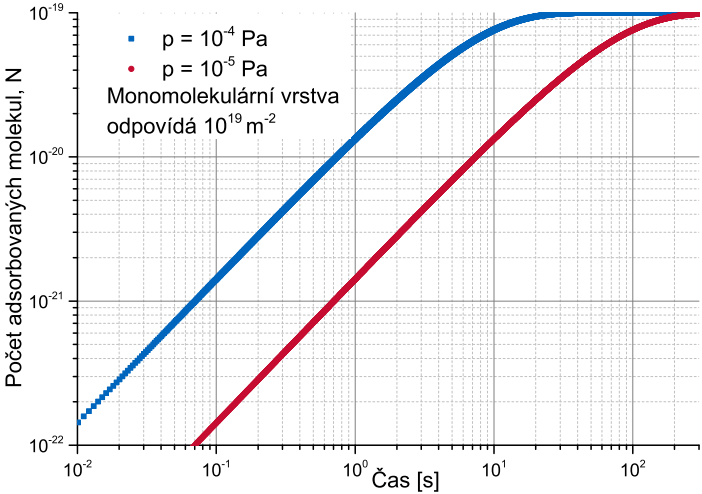
Pro vzduch při $\gamma = 0,5$ platí

$$\tau = \frac{4\,N_s}{n\,\bar{v}\,\gamma} \approx 7 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{1}{p}$$

$\bar{v} \approx 460 m/s$, $\mathrm{N}_s = 10^{-19}$ m^{-2}, při $\mathrm{p} \approx 10^{-4}$ Pa, N_s – počet molekul na stěně

Sorpční procesy

Sorpce



Plyn v pevné látce

Průnik plynu kapalnou látkou

HENRY-ŮV ZÁKON – množství plynu rozpuštěného v kapalině je úměrné jeho parciálnímu tlaku nad kapalinou; $n = 1$ (nekovy)

Plyn v pevné látce

Průnik plynu kapalnou látkou

Henry-ův zákon – množství plynu rozpuštěného v kapalině je úměrné jeho parciálnímu tlaku nad kapalinou; $n = 1$ (nekovy)

Přímé důsledky v praxi

- Otevírání sycených nápojů
  - Vidíte bublinky stoupající v kapalině
  - CO_2 se uvolňuje jako důsledek poklesu tlaku

Plyn v pevné látce

Průnik plynu kapalnou látkou

Henry-ův zákon – množství plynu rozpuštěného v kapalině je úměrné jeho parciálnímu tlaku nad kapalinou; $n = 1$ (nekovy)

Přímé důsledky v praxi

- Otevírání sycených nápojů
  - Vidíte bublinky stoupající v kapalině
  - CO_2 se uvolňuje jako důsledek poklesu tlaku
- Kesonova nemoc (nemoc z dekomprese)
  - Rychlé snížení tlaku (potápěči, horníci)
  - N_2 se začne uvolňovat do krve ve formě bublinek

Plyn v pevné látce

Průnik plynu pevnou látkou

Sievertův zákon – rozpustnost dvou-atomových (H_2, O_2, N_2) plynů v kovu je úměrná odmocnině parciálního tlaku plynu termodynamické rovnováze; $n = 1/2$ (X_2 plyny)

Plyn v pevné látce

Průnik plynu pevnou látkou

Sievertův zákon – rozpustnost dvou-atomových (H_2, O_2, N_2) plynů v kovu je úměrná odmocnině parciálního tlaku plynu termodynamické rovnováze; n = 1/2 (X_2 plyny)

Koncentrace plynu v povrchu pevné látky c

$$c = s \cdot p^n$$

s – je koef. rozpustnosti, n = 1 (nekovy), n = $\frac{1}{2}$ (pro molekulární plyn X_2 v kovech)

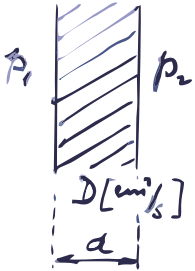
Plyn v pevné látce

Difuze plynu stěnou, první Fickův zákon

PRVNÍ FICKŮV ZÁKON – tok plynu probíhá z míst s vyšší koncentrací do oblastí s nižší koncentrací molekul

$$J = -D \cdot \nabla c \qquad \text{kde} \quad D = D_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_a}{R\,T}\right]$$

c – koncentrace plynu, D - koef. difuze, E_a – aktivační energie pro difuzi



Plyn v pevné látce

Difuze plynu stěnou, první Fickův zákon

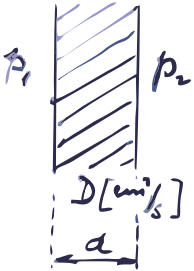
PRVNÍ FICKŮV ZÁKON – tok plynu probíhá z míst s vyšší koncentrací do oblastí s nižší koncentrací molekul

$$J = -D \cdot \nabla c \qquad \text{kde} \quad D = D_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_a}{R\,T}\right]$$

c – koncentrace plynu, D - koef. difuze, E_a – aktivační energie pro difuzi

V ustáleném stavu p_1, p_2, Q = konst.

$$J = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = D \cdot s\,(p_1^n - p_2^n) \cdot \frac{1}{d}$$



Plyn v pevné látce

Difuze plynu stěnou, první Fickův zákon

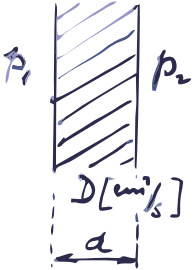
PRVNÍ FICKŮV ZÁKON – tok plynu probíhá z míst s vyšší koncentrací do oblastí s nižší koncentrací molekul

$$J = -D \cdot \nabla c \qquad \text{kde} \quad D = D_0 \cdot \exp\left[-\frac{E_a}{R\,T}\right]$$

c – koncentrace plynu, D - koef. difuze, E_a – aktivační energie pro difuzi

V ustáleném stavu p_1, p_2, Q = konst.

$$J = -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = D \cdot s\,(p_1^n - p_2^n) \cdot \frac{1}{d}$$



Konstanta pronikání plynu pevnou látkou

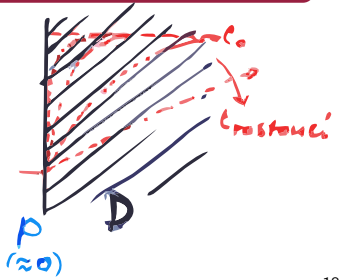
$$D \cdot s = \exp\left[-\frac{H_{pr}}{R\,T}\right]$$

Plyn v pevné látce

Odplyňování polonekonečné stěny, druhý Fickův zákon

Druhý Fickův zákon – charakterizuje jak difuze působí na změny koncentrace v čase → doplňuje popis změny koncentrace

$$D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad \xrightarrow[p=0]{t=0,\, c=c_0} \quad c(x,t) = c_0 \cdot \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{D\,t}}$$



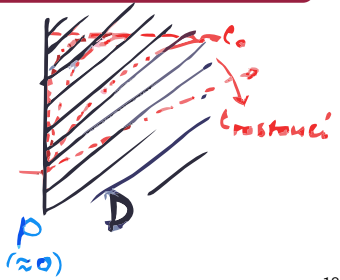
Plyn v pevné látce

Odplyňování polonekonečné stěny, druhý Fickův zákon

Druhý Fickův zákon – charakterizuje jak difuze působí na změny koncentrace v čase → doplňuje popis změny koncentrace

$$D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad \xrightarrow[p=0]{t=0,\, c=c_0} \quad c(x,t) = c_0 \cdot \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{D\,t}}$$

$$J = \left| -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=0} = c_0 \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi\, t}}$$



Plyn v pevné látce

Odplyňování polonekonečné stěny, druhý Fickův zákon

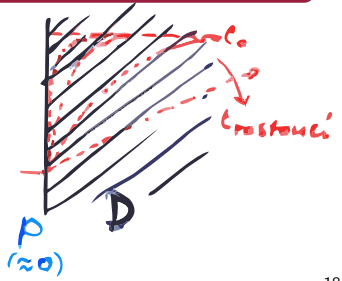
Druhý Fickův zákon – charakterizuje jak difuze působí na změny koncentrace v čase → doplňuje popis změny koncentrace

$$D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = \frac{\partial c}{\partial t} \xrightarrow[p=0]{t=0,\, c=c_0} c(x,t) = c_0 \cdot \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{D\,t}}$$

$$J = \left| -D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=0} = c_0 \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi\, t}}$$

$$p(t) = c_0 \cdot \frac{1}{S} \sqrt{\frac{D}{\pi\, t}} \sim t^{-1/2}$$

Při konstantní čerpací rychlosti S



Proudění plynů při nízkých tlacích

Základní pojmy

Proudění plynu

- Viskózní ($l_s \ll \varnothing_{trubice}$)
- Molekulární ($l_s \gg \varnothing_{trubice}$)
- Přechodové ($l_s \approx \varnothing_{trubice}$)

Proudění plynů při nízkých tlacích

Základní pojmy

Proudění plynu

- Viskózní ($l_s \ll \varnothing_{trubice}$)
- Molekulární ($l_s \gg \varnothing_{trubice}$)
- Přechodové ($l_s \approx \varnothing_{trubice}$)

Tlak plynu

- Pascal [Pa]

Proudění plynů při nízkých tlacích

Základní pojmy

Proudění plynu

- Viskózní ($l_s \ll \varnothing_{trubice}$)
- Molekulární ($l_s \gg \varnothing_{trubice}$)
- Přechodové ($l_s \approx \varnothing_{trubice}$)

Tlak plynu

- Pascal [Pa]

Množství plynu

- Q = p·V $\left[Pa \cdot m^3 = 10^3 Pa \cdot l\right]$

Proudění plynů při nízkých tlacích

Základní pojmy

Proudění plynu

- Viskózní ($l_s \ll \varnothing_{trubice}$)
- Molekulární ($l_s \gg \varnothing_{trubice}$)
- Přechodové ($l_s \approx \varnothing_{trubice}$)

Tlak plynu

- Pascal [Pa]

Množství plynu

- $\mathrm{Q} = \mathrm{p{\cdot}V} \left[Pa \cdot m^3 = 10^3 Pa \cdot l\right]$

Proud plynu

- $\mathrm{q} = \frac{Q}{t} = \frac{p\,V}{t} \left[\frac{Pa\,m^3}{s} = 10^3 \frac{Pa\,l}{s}\right]$

Proudění plynů při nízkých tlacích

Základní pojmy

Proudění plynu

- Viskózní ($l_s \ll \varnothing_{trubice}$)
- Molekulární ($l_s \gg \varnothing_{trubice}$)
- Přechodové ($l_s \approx \varnothing_{trubice}$)

Tlak plynu

- Pascal [Pa]

Množství plynu

- $\mathrm{Q} = \mathrm{p{\cdot}V} \left[Pa \cdot m^3 = 10^3 Pa \cdot l\right]$

Proud plynu

- $\mathrm{q} = \frac{Q}{t} = \frac{p\,V}{t} \left[\frac{Pa\,m^3}{s} = 10^3 \frac{Pa\,l}{s}\right]$

Tok plynu

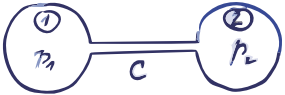
- $\mathrm{S} = \frac{V}{t} \left[\frac{m^3}{s} = 10^3 \frac{l}{s}\right]$

Vodivost vakuového potrubí

Paralelní potrubí

Analogie s Ohmovým zákonem

$$q = C \cdot (p_1 - p_2) \qquad [\frac{m^3}{s}, \frac{l}{s}]$$

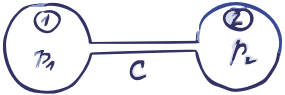


Vodivost vakuového potrubí

Paralelní potrubí

Analogie s Ohmovým zákonem

$$q = C \cdot (p_1 - p_2) \qquad [\frac{m^3}{s}, \frac{l}{s}]$$



Analogie s Kirchhoffovými zákony

$$\Delta p \;.....\; U \qquad q \;.....\; I \qquad Z = \frac{1}{C} \;.....\; R$$

Vodivost vakuového potrubí

Sériové potrubí

Paralelní potrubí

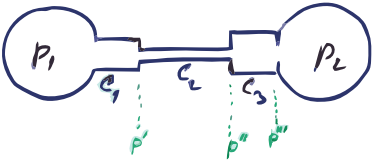
$$q = \sum_{i=1}^{n} q_i = \sum_{i=1}^{n} C_i \cdot \Delta p$$

$$\mathbf{C} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{C_i}$$

Sériové potrubí

$$\Delta p = q \cdot \sum_{i} C_i \wedge q = C\,\Delta p$$

$$\mathbf{C}^{-1} = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{C_i}^{-1}$$



Proudění otvorem v tenké stěně

Viskózní podmínky

Obecně pro proud plynu při podzvukovém proudění platí

$$q = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{k\,T_1}{m}} \cdot a^{1/\kappa} \cdot \sqrt{1 - a^{1-\frac{1}{\kappa}}} \cdot p_1\,A; \qquad a = \frac{p_2}{p_1} \leq 1$$

$p_1 > p_2$

Proudění otvorem v tenké stěně

Viskózní podmínky

Obecně pro proud plynu při podzvukovém proudění platí

$$q = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{k\,T_1}{m}} \cdot a^{1/\kappa} \cdot \sqrt{1 - a^{1-\frac{1}{\kappa}}} \cdot p_1\,A; \qquad a = \frac{p_2}{p_1} \leq 1$$

$p_1 > p_2$

Pro vzduch při 293 K a p = 1 atm:

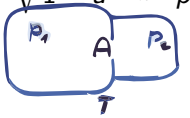
$$C_v = 76.6 \cdot a^{0,712} \cdot \sqrt{1 - a^{0,288}} \cdot \frac{A}{1 - a}$$

Proudění otvorem v tenké stěně

Viskózní podmínky

Obecně pro proud plynu při podzvukovém proudění platí

$$q = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \cdot \frac{k\,T_1}{m}} \cdot a^{1/\kappa} \cdot \sqrt{1 - a^{1-\frac{1}{\kappa}}} \cdot p_1\,A; \qquad a = \frac{p_2}{p_1} \leq 1$$



$p_1 > p_2$

Pro vzduch při 293 K a p = 1 atm:

$$C_v = 76.6 \cdot a^{0,712} \cdot \sqrt{1 - a^{0,288}} \cdot \frac{A}{1 - a}$$

$a \leq 0,525$ $\qquad$ $a \leq 0,01$

$C = 20 \cdot A(1 - a)^{-1}$ $\qquad$ $C = 20 \cdot A$

Vodivost otvoru klesá s klesajícím tlakem až do poměru tlaků $\frac{p_2}{p_1} \leq 0,01$ dále již na tlaku nezávisí

Proudění otvorem v tenké stěně

Molekulární podmínky

Pro počet molekul platí

$$\nu_1 = \frac{1}{4} \cdot n_1 \, \bar{v} \cdot A$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} \cdot n_2 \, \bar{v} \cdot A$$

$$\nu = \nu_1 - \nu_2$$

Pro celkový tok

$$p \, V = \frac{1}{4} \, A \, \bar{v} \cdot p$$

$$q = \sum_{\rightarrow}^{\leftarrow} p \, V = \frac{1}{4} \, A \, \bar{v} \cdot (p_1 - p_2)$$

Proudění otvorem v tenké stěně

Molekulární podmínky

Pro počet molekul platí

$$\nu_1 = \frac{1}{4} \cdot n_1 \, \bar{v} \cdot A$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} \cdot n_2 \, \bar{v} \cdot A$$

$$\nu = \nu_1 - \nu_2$$

Pro celkový tok

$$p \, V = \frac{1}{4} A \, \bar{v} \cdot p$$

$$q = \sum_{\rightarrow}^{\leftarrow} p \, V = \frac{1}{4} A \, \bar{v} \cdot (p_1 - p_2)$$

Pro vodivost při molekulárním proudění platí

$$C_{mO} = \frac{1}{4} A \, \bar{v}$$

pro vzduch při 20°C se rovnice redukuje

$$C_{mO} = 11,6 \cdot A \; [l/s; cm^2]$$

Proudění dlouhou trubicí

Viskózní podmínky

Trubice délky l a průměru $2r$, z tlaku p_1 do p_2

Rychlostní profil je parabolický s maximem na ose, u stěn $v \to 0$

Proudění dlouhou trubicí

Viskózní podmínky

Trubice délky l a průměru $2r$, z tlaku p_1 do p_2

Rychlostní profil je parabolický s maximem na ose, u stěn $v \to 0$

Z rovnováhy $p_1 - p_2$ na koncích trubice a sil vnitřního tření:

$$q_v = \frac{\pi}{8\,\nu} \cdot (p_1 - p_2) \cdot \frac{r^4}{l} \cdot \frac{p_1 + p_2}{2} = C_v \cdot (p_1 - p_2)$$

Proudění dlouhou trubicí

Viskózní podmínky

Trubice délky l a průměru $2r$, z tlaku p_1 do p_2

Rychlostní profil je parabolický s maximem na ose, u stěn $v \to 0$

Z rovnováhy $p_1 - p_2$ na koncích trubice a sil vnitřního tření:

$$q_v = \frac{\pi}{8\,\nu} \cdot (p_1 - p_2) \cdot \frac{r^4}{l} \cdot \frac{p_1 + p_2}{2} = C_v \cdot (p_1 - p_2)$$

Pro vodivost trubice při viskózním proudění platí

$$C_v = \frac{\pi}{8\,\nu} \cdot \frac{r^4}{l} \cdot \frac{p_1 + p_2}{2} \xrightarrow[vzduch]{20^\circ C} C_v = 1,36 \cdot \frac{d^4}{l} \cdot \frac{p_1 + p_2}{2}$$

Proudění dlouhou trubicí

Molekulární podmínky

- Tři základní předpoklady
  - Dlouhá trubice $l \gg d$
  - Střední volná dráha $l_s > d$
  - Difuzní odraz molekul od stěn

Proudění dlouhou trubicí

Molekulární podmínky

- Tři základní předpoklady
  - Dlouhá trubice $l \gg d$
  - Střední volná dráha $l_s > d$
  - Difuzní odraz molekul od stěn

$$q = \frac{2}{3} \cdot \pi \, \bar{v} \cdot \frac{r^3}{l} \cdot (p_1 - p_2)$$

Proudění dlouhou trubicí

Molekulární podmínky

- Tři základní předpoklady
  - Dlouhá trubice $l \gg d$
  - Střední volná dráha $l_s > d$
  - Difuzní odraz molekul od stěn

$$q = \frac{2}{3} \cdot \pi\, \bar{v} \cdot \frac{r^3}{l} \cdot (p_1 - p_2)$$

$$C_{mDT} = \frac{2}{3} \cdot \pi\, \bar{v} \cdot \frac{r^3}{l} \quad \xrightarrow[\text{vzduch}]{20^\circ C} \quad C_{mDT} = 12,1 \frac{d^3}{l}$$

Při $l \to 0$ by $C_m \to \infty$

OTVOR O KONEČNÉM PRŮŘEZU MÁ KONEČNOU VODIVOST!!!

Trubice konečné délky

Clausingův koeficient

VODIVOST – vodivost vstupního otvoru C_{mO} krát pravděpodobnost průchodu ven z 2 (K)

Trubice konečné délky

Clausingův koeficient

VODIVOST – vodivost vstupního otvoru C_{mO} krát pravděpodobnost průchodu ven z 2 (K)

- CLAUSINGŮV KOEFICIENT – K
  - $l = 0$ je $K = 1$
  - $l \to \infty$ je $K \to \frac{8}{3}\frac{r}{l}$

- $C = C_{mO} \cdot K$
- K lze spočítat analyticky v jednoduchých případech
- Pro konkrétní konfigurace – stochastické metody (M-C)

Trubice konečné délky

Clausingův koeficient

VODIVOST – vodivost vstupního otvoru C_{mO} krát pravděpodobnost průchodu ven z 2 (K)

- CLAUSINGŮV KOEFICIENT – K
  - $l = 0$ je $K = 1$
  - $l \to \infty$ je $K \to \frac{8}{3}\frac{r}{l}$

- $C = C_{mO} \cdot K$
- K lze spočítat analyticky v jednoduchých případech
- Pro konkrétní konfigurace – stochastické metody (M-C)

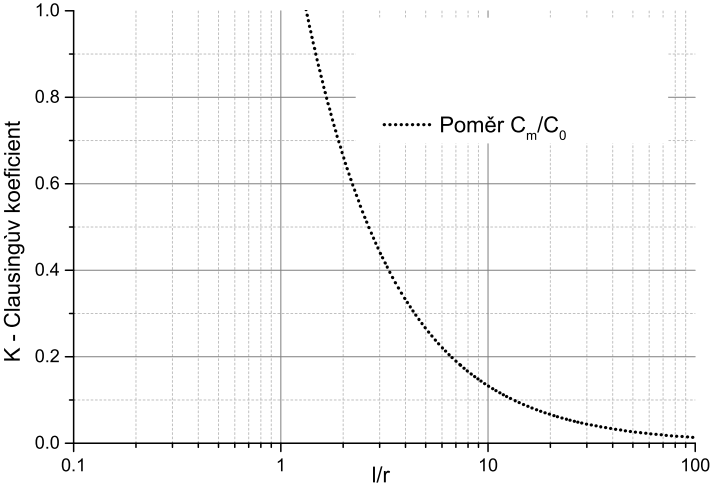
Aproximace řešení vodivost vstupního otvoru C_{mO} a dlouhé trubice C_{mDT} v sérii

$$C = \frac{C_{mO} \cdot C_{mDT}}{C_{mO} + C_{mDT}}$$

odchylka o skutečné hodnoty až 15 %

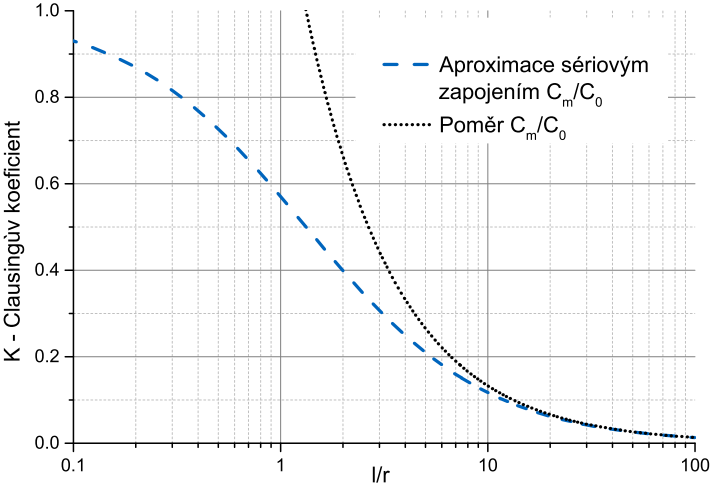
Trubice konečné délky

Clausingův koeficient



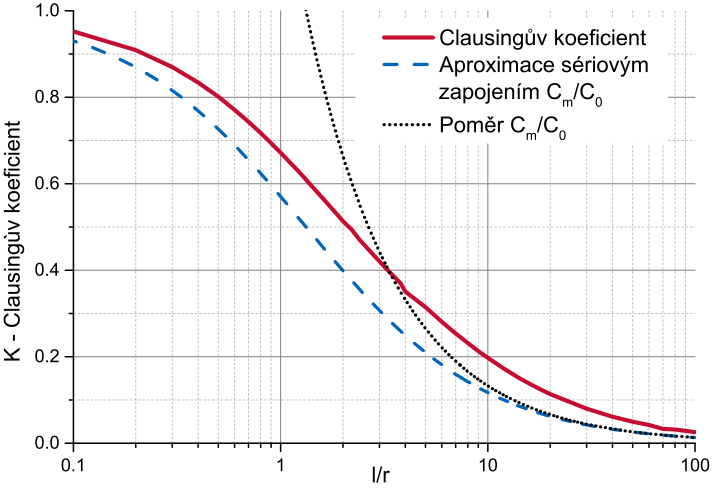
Trubice konečné délky

Clausingův koeficient



Trubice konečné délky

Clausingův koeficient



Viskózně-molekulární proudění

Platí empirická formule pro vodivost

$$C = C_v + \beta \cdot C_m \qquad \text{kde} \qquad \beta = \frac{1 + \sqrt{2\pi} \cdot {}^{d}/_{l_s}}{1 + 1,235\sqrt{2\pi} \cdot {}^{d}/_{l_s}}$$

l_s je střední volná dráha pro $\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$

Viskózně-molekulární proudění

Platí empirická formule pro vodivost

$$C = C_v + \beta \cdot C_m \qquad \text{kde} \qquad \beta = \frac{1 + \sqrt{2\pi} \cdot {}^{d}/_{l_s}}{1 + 1,235\sqrt{2\pi} \cdot {}^{d}/_{l_s}}$$

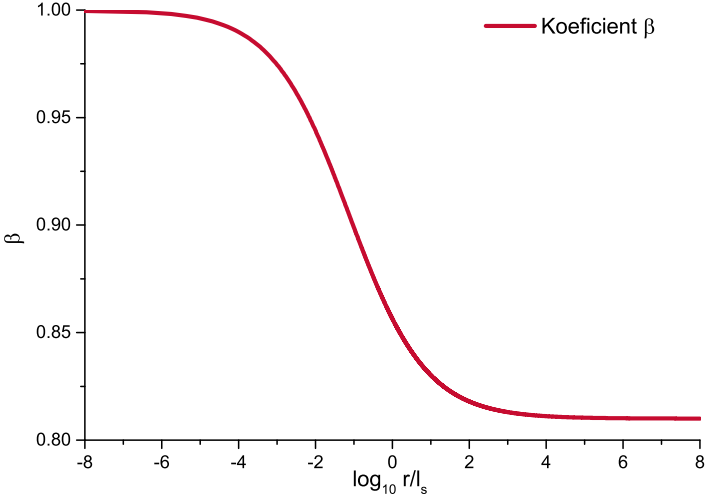
l_s je střední volná dráha pro $\bar{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$

Vodivost viskózně-molekulární trubice

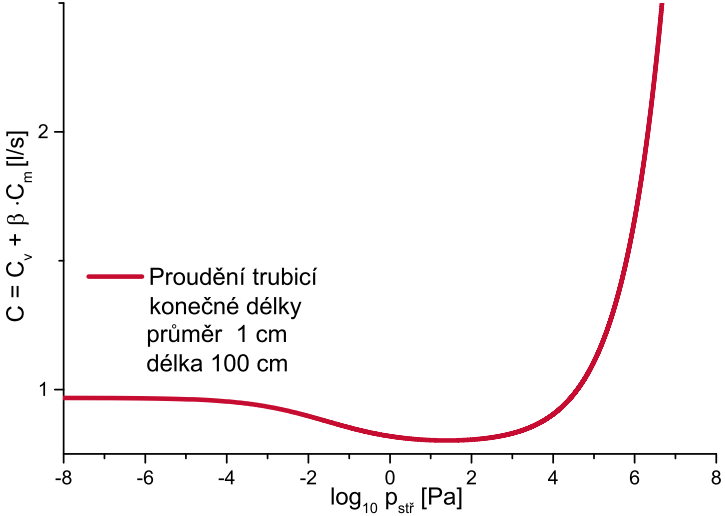
$$C_{vm} = \frac{\pi\, d^2}{4} \cdot \frac{d}{l} \cdot \left[\frac{\pi}{128} \cdot \frac{d}{l_s} + \frac{1}{3} \cdot \beta({}^{d}/_{l_s}) \right] \cdot v_s$$

1. – průřez trubice, 2. – štíhlost trubice, 3. – kritérium přechodného proudění

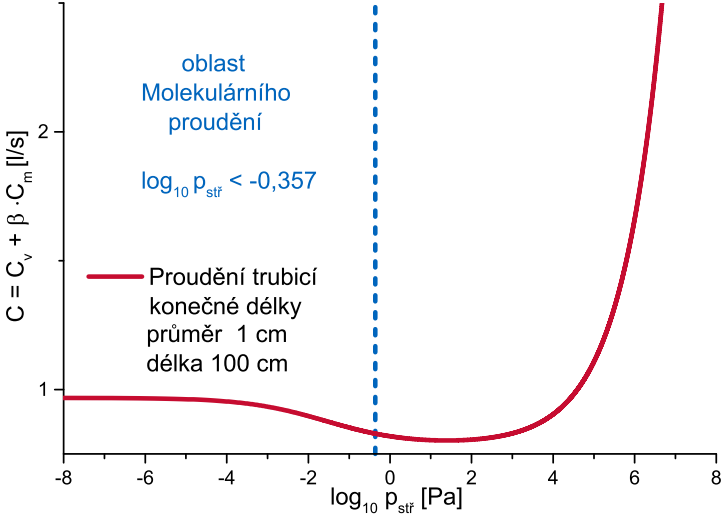
Viskózně-molekulární proudění



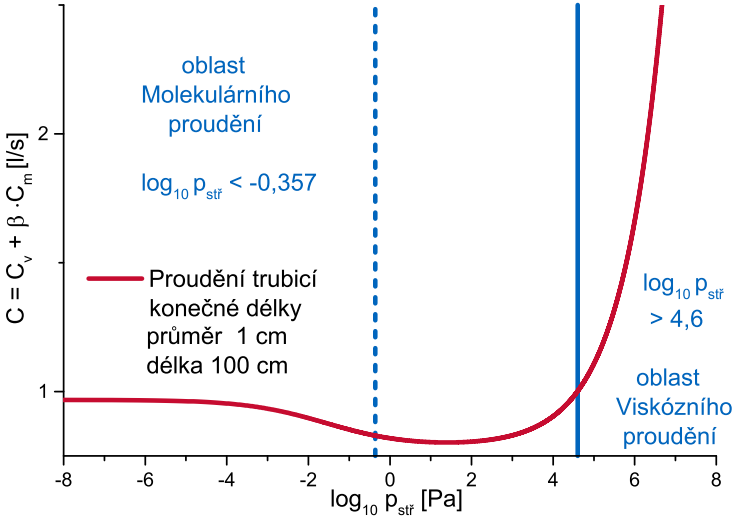
Viskózně-molekulární proudění



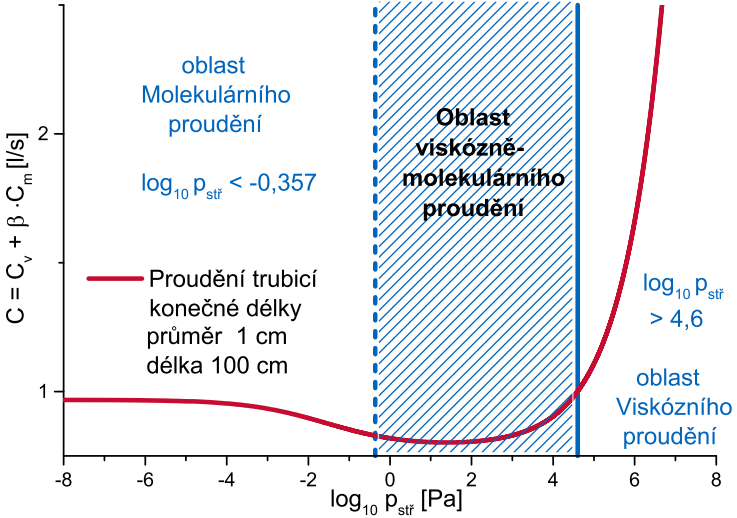
Viskózně-molekulární proudění



Viskózně-molekulární proudění



Viskózně-molekulární proudění



Shrnutí

První část

Sorpční procesy

- Poměr počtu částic při nízkých tlacích na povrchu nádoby vzhledem k objemu je řádově odlišný

Shrnutí

První část

Sorpční procesy

- Poměr počtu částic při nízkých tlacích na povrchu nádoby vzhledem k objemu je řádově odlišný
- Při vysokých požadavcích na čistotu vakua je třeba odplyňovat povrchy

Shrnutí

První část

Sorpční procesy

- Poměr počtu částic při nízkých tlacích na povrchu nádoby vzhledem k objemu je řádově odlišný
- Při vysokých požadavcích na čistotu vakua je třeba odplyňovat povrchy
- Obecně při změně teploty i tlaku dochází vždy k sorpčním a desorpčním procesům

Shrnutí

První část

Sorpční procesy

- Poměr počtu částic při nízkých tlacích na povrchu nádoby vzhledem k objemu je řádově odlišný
- Při vysokých požadavcích na čistotu vakua je třeba odplyňovat povrchy
- Obecně při změně teploty i tlaku dochází vždy k sorpčním a desorpčním procesům

Vodivost vakuového potrubí

- Při výpočtech lze snadno využít analogii s elektronikou (Ohmův zákon a Kirchhoffovy zákony)

Shrnutí

První část

Sorpční procesy

- Poměr počtu částic při nízkých tlacích na povrchu nádoby vzhledem k objemu je řádově odlišný
- Při vysokých požadavcích na čistotu vakua je třeba odplyňovat povrchy
- Obecně při změně teploty i tlaku dochází vždy k sorpčním a desorpčním procesům

Vodivost vakuového potrubí

- Při výpočtech lze snadno využít analogii s elektronikou (Ohmův zákon a Kirchhoffovy zákony)
- Vodivost je pak dána sumou jednotlivých vodivostí (paralelní) nebo sumou převrácených hodnot vodivostí (sériové)

Shrnutí

Druhá část

Proudění plynu

- Při viskózním i molekulárním proudění je vodivost přímo úměrná $\bar{v}$

Shrnutí

Druhá část

Proudění plynu

- Při viskózním i molekulárním proudění je vodivost přímo úměrná $\bar{v}$
- V oblasti viskózního proudění je vodivost nepřímo úměrná poměru $d/\bar{\lambda}$ tedy i hustotě molekul a při T = kosnt. i tlaku

Shrnutí

Druhá část

Proudění plynu

- Při viskózním i molekulárním proudění je vodivost přímo úměrná $\bar{v}$
- V oblasti viskózního proudění je vodivost nepřímo úměrná poměru $d/\bar{\lambda}$ tedy i hustotě molekul a při T = kosnt. i tlaku
- Rozdíly vodivosti pro různé plyny velikostí molekul, přesněji účinných průřezů molekul pro pružnou srážku $\sigma_s = \frac{\pi\, d_m^2}{4}$, d_m je průměr molekuly

Shrnutí

Druhá část

Proudění plynu

- Při viskózním i molekulárním proudění je vodivost přímo úměrná $\bar{v}$
- V oblasti viskózního proudění je vodivost nepřímo úměrná poměru $d/\bar{\lambda}$ tedy i hustotě molekul a při T = kosnt. i tlaku
- Rozdíly vodivosti pro různé plyny velikostí molekul, přesněji účinných průřezů molekul pro pružnou srážku $\sigma_s = \frac{\pi\, d_m^2}{4}$, d_m je průměr molekuly
- Při molekulárním proudění je vodivost C_m v závislosti na $d/\bar{\lambda}$ téměř konstantní a klesající při řádově rostoucí hustotě

Shrnutí

Druhá část

Proudění plynu

- Při viskózním i molekulárním proudění je vodivost přímo úměrná $\bar{v}$
- V oblasti viskózního proudění je vodivost nepřímo úměrná poměru $d/\bar{\lambda}$ tedy i hustotě molekul a při T = kosnt. i tlaku
- Rozdíly vodivosti pro různé plyny velikostí molekul, přesněji účinných průřezů molekul pro pružnou srážku $\sigma_s = \frac{\pi\, d_m^2}{4}$, d_m je průměr molekuly
- Při molekulárním proudění je vodivost C_m v závislosti na $d/\bar{\lambda}$ téměř konstantní a klesající při řádově rostoucí hustotě
- Při molekulárním proudění jsou rozdíly ve vodivosti pro různé plyny dány hlavně ve střední rychlosti, tedy nepřímo úměrně hmotnosti molekul

Všechny uvedené příklady předpokládají u molekulárního proudění

- Trubici ústící do velké nádoby $\rightarrow$ nelze použít u navazující trubice

a u viskózního proudění

- Dosti dlouhá trubice s ustáleným prouděním

Pro konkrétní aparatury jsou vždy nutné numerické modely